	Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León	MATEMÁTICAS II Nuevo currículo	Texto para los Alumnos Nº páginas 2

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.
DATOS O TABLAS (SI HA LUGAR): Podrá utilizarse una calculadora "de una línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni de las prestaciones gráficas.
OPTATIVIDAD: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas , PR-1 y PR-2, y cuatro cuestiones, C-1, C-2, C-3 y C-4. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. **EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS PRUEBAS, A ó B, Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA EN EL ORDEN QUE DESEE**.

PRUEBA A

PROBLEMAS

PR-1.- a) Calcúlense los valores de a para los cuales las rectas

$r \equiv \begin{cases} 3x + ay - 6az + 1 = 0 \\ -x + y + 3z - 3 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 1 + a\lambda \end{cases}$ son perpendiculares. **(1,5 puntos)**

b) Para $a = 1$, calcúlese la recta que pasa por $(1,1,1)$ y se apoya en r y s. **(1,5 puntos)**

PR-2.- a) Estúdiese la derivabilidad de $f(x) = \begin{cases} \ln(1 + x^2), & x > 0 \\ x^2, & \mathrm{x} \le 0 \end{cases}$, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus puntos de inflexión. Esbócese su gráfica.
(1,75 puntos)

b) Calcúlese el área delimitada por la gráfica de $f(x)$ y las rectas $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.
(1,25 puntos)

CUESTIONES

C-1.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$. Calcúlese el determinante de A sabiendo que $A^2 - 2A + \mathrm{Id} = 0$, donde Id es la matriz identidad y 0 es la matriz nula. **(1 punto)**

C-2.- Discútase, según el valor de a, el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$. **(1 punto)**

C-3.- Calcúlese el simétrico de $P(1,1,1)$ respecto del plano $x + y + z = 0$. **(1 punto)**

C-4.- Calcúlense los valores de $\lambda \neq 0$ para los cuales $\lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{sen}(x^2)}{\cos^2(\lambda x) - 1} = -1$. **(1 punto)**

PRUEBA B

PROBLEMAS

PR-1.- Sea k un número real. Considérese el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k^2 \end{cases}.$$

a) Discútase según los valores de k e interprétese geométricamente el resultado. **(2,25 puntos)**

b) Resuélvase el sistema para $k = 2$. **(0,75 puntos)**

PR-2.- Sea $P(a, \text{sen}\, a)$ un punto de la gráfica de la función $f(x) = \text{sen}(x)$ en el intervalo $[0, \pi]$. Sea r_P la recta tangente a dicha gráfica en el punto P y A_P el área de la región determinada por las rectas r_P, $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$.
Calcúlese el punto P para el cual el área A_P es mínima. (Nota: Puede asumirse, sin demostrar, que la recta r_P se mantiene por encima del eje *0X* entre 0 y π) **(3 puntos)**

CUESTIONES

C-1.- Calcúlese $\displaystyle\int \frac{1}{x^2 + 4x + 13}\, dx$. **(1 punto)**

C-2.- Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Determínense los valores de m para los cuales $A + m\text{Id}$ no es invertible (donde Id denota la matriz identidad). **(1 punto)**

C-3.- Calcúlese $\lim\limits_{x \to 0} \ln(x)\text{sen}(x)$. **(1 punto)**

C-4.- Calcúlese el volumen del tetraedro de vértices $A(1,1,1)$, $B(1,2,3)$, $C(2,3,1)$, $D(3,1,2)$. **(1 punto)**

	Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León	**MATEMÁTICAS II**	**Texto para los Alumnos** **Nº páginas 2**

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

DATOS O TABLAS (SI HA LUGAR): Podrá utilizarse una calculadora "de una línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni de las prestaciones gráficas.

OPTATIVIDAD: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas , PR-1 y PR-2, y cuatro cuestiones, C-1, C-2, C-3 y C-4. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. **EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS PRUEBAS, A ó B, Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA EN EL ORDEN QUE DESEE**.

PRUEBA A

PROBLEMAS

PR-1.- a) Hállese el valor de ***a*** para el que la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x + y - 5z = 2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv ax - y + z + 1 = 0$ sean paralelos **(1 punto)**

b) Para $a = 2$, calcúlese la ecuación del plano que contiene a *r* y es perpendicular a π **(2 puntos)**

PR-2.- a) Estúdiense los intervalos de crecimiento y decrecimiento $f(x) = xe^{-x}$, sus máximos y mínimos relativos, asíntotas y puntos de inflexión. Demuéstrese que para todo ***x*** se tiene que $f(x) \leq \dfrac{1}{e}$ **(2 puntos)**

b) Pruébese que la ecuación $3x = e^x$ tiene alguna solución en $(-\infty, 1]$ **(1 punto)**

CUESTIONES

C-1.- Sea ***m*** un número real. Discútase, en función de ***m***, el sistema de ecuaciones lineales homogéneo cuya matriz de coeficientes es $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & m \\ 2 & m+1 & 2 \end{pmatrix}$ **(1 punto)**

C-2.- Hállense las ecuaciones de la recta que pasa por **P(2 , 1 , -1),** está contenida en el plano $\pi \equiv x + 2y + 3z = 1$, y es perpendicular a la recta $s \equiv \begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z + 4 \end{cases}$ **.(1 punto)**

C-3.- Calcúlese $\lim_{x \to 0} \dfrac{\ln(\cos(x)) - 1 + \cos x}{x^2}$ **.(1 punto)**

C-4.- Calcúlese el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ y por la recta tangente a dicha curva en el punto ***x = 0***. **(1 punto)**

PRUEBA B

PROBLEMAS

PR-1.- Discútase, en función del parámetro real ***k*** el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} kx+3y=0 \\ 3x+2y=k \\ 3x+ky=0 \end{cases}$. Resuélvase el sistema cuando sea posible **(3 puntos)**

PR-2.- Sea $f(x)=\dfrac{4-2x^2}{x}$,

a) Determínense el dominio de ***f*** sus asíntotas, simetrías, y máximos y mínimos relativos. Esbócese su gráfica. **(1'75 puntos)**

b) Calcúlese $\int_1^{\sqrt{2}} f(x)\ln(x)\,dx$ **(1'25 puntos)**

CUESTIONES

C-1.- ¿Existen máximos y mínimos absolutos de la función $f(x)=\cos x+1$ en el intervalo $[0\,,\,\pi]$?. Justifíquese su existencia y calcúlense. **(1 punto)**

C-2.- Dadas las matriz $P=\begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & a+1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, determínense los valores del número real ***a*** para los cuales existe la matriz inversa de ***P*** **(1 punto)**

C-3.- Calcúlense las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ en el punto ***x = 0*** **(1 punto)**

C-4.- El triángulo ***ABC*** es rectángulo en ***A***, siendo ***A(3 , 0 , -1)***, ***B(6 , -4 , 5)*** y ***C(5 , 3 , z)***. Calcúlese el valor de ***z*** y hállese el área del triángulo.**(1 punto)**

	Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León	MATEMÁTICAS II	Texto para los Alumnos Nº páginas 2

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.
DATOS O TABLAS (SI HA LUGAR): Podrá utilizarse una calculadora “de una línea”. No se admitirá el uso de memoria para texto, ni de las prestaciones gráficas.
OPTATIVIDAD: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas, PR-1 y PR-2, y cuatro cuestiones, C-1, C-2, C-3 y C-4. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. **EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS PRUEBAS, A ó B, Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA EN EL ORDEN QUE DESEE**.

PRUEBA A

PROBLEMAS

PR-1.- Se considera el sistema $\begin{cases} x+y+az=4 \\ ax+y-z=0 \\ 2x+2y-z=2 \end{cases}$, donde a es un parámetro real.

a) Discutir el sistema en función del valor de a. **(2 puntos)**
b) Resolver el sistema para $a=1$. **(1 punto)**

PR-2.- Sea f la función dada por $f(x)=e^{2x-x^2}$.
a) Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y las asíntotas de f. **(1,5 puntos)**
b) Determinar el número de soluciones de la ecuación $f(x)=2$ en el intervalo $[0,1]$. **(1,5 puntos)**

CUESTIONES

C-1.- Sean X una matriz 2×2, I la matriz identidad 2×2 y $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Hallar X sabiendo que $BX+B=B^2+I$. **(1 punto)**

C-2.- Determinar el punto simétrico de $P(4,0,3)$ respecto del plano de ecuación $x=y$. **(1 punto)**

C-3.- Determinar en qué puntos de la gráfica de la función $y=x^3-3x^2+x+1$, la recta tangente a la misma es paralela a la recta $y=x+7$. **(1 punto)**

C-4.- Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y=\ln x$, el eje OX y las rectas $x=1$ y $x=2$. **(1 punto)**

PRUEBA B

PROBLEMAS

PR-1.- De una recta *r* se sabe que está contenida en el plano π de ecuación $x - y = 0$, que $A(0,0,0)$ pertenece a r, y que el vector que une A y $B(1,0,-1)$ es perpendicular a *r*. Determinar la recta *r*, y calcular la distancia entre *r* y el plano paralelo a π que pasa por *B*. **(3 puntos)**

PR-2.- Sea la función $f(x) = \dfrac{x}{x^2+4}$. Se pide hallar:

a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f, los máximos y mínimos relativos y las asíntotas. Esbozar su gráfica. **(2 puntos)**

b) El área de la región limitada por la gráfica de *f*, el eje *OX* y las rectas $x = -2,\ x = 2$. **(1 punto)**

CUESTIONES

C-1.- Discutir, en función del número real *m*, el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & m \\ 1+m & 2 & 3 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$ **(1 punto)**

C-2.- Sea *A* el punto medio del segmento de extremos $P(3,2,1)$ y $Q(-1,0,1)$. Calcular el volumen del tetraedro de vértices *A*, $B(2,1,3)$, $C(1,2,3)$ y $D(3,4,1)$. **(1 punto)**

C-3.- Discutir si la ecuación $x + \operatorname{sen} x = 2$ tiene alguna solución real. **(1 punto)**

C-4.- Calcular, si existe, el valor de $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(e^x - e^{-x})^2}{x^2}$. **(1 punto)**

	Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León	**MATEMÁTICAS II** **Nuevo currículo**	**Texto para los Alumnos** **Nº páginas 2**

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.
DATOS O TABLAS (SI HA LUGAR): Podrá utilizarse una calculadora “de una línea”. No se admitirá el uso de memoria para texto, ni de las prestaciones gráficas.
OPTATIVIDAD: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas, PR-1 y PR-2, y cuatro cuestiones, C-1, C-2, C-3 y C-4. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. **EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS PRUEBAS, A ó B, Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA EN EL ORDEN QUE DESEE**.

PRUEBA A

PROBLEMAS

PR-1.- Sea **a** un parámetro real. Se considera el sistema $\begin{cases} x+ay+z=2+a \\ (1-a)x+y+2z=1 \\ ax-y-z=1-a \end{cases}$

a) Discutir el sistema en función del valor de **a (2 puntos)**
b) Resolver el sistema para **a = 0 (0,5 puntos)**
c) Resolver el sistema para **a = 1 (0,5 puntos)**

PR-2.- Hallar entre los puntos de la parábola de ecuación $y=x^2-1$, los que se encuentran a distancia mínima del punto $A\left(-2\,,-\frac{1}{2}\right)$ **(3 puntos)**

CUESTIONES

C-1.- Sea **A** una matriz 3x3 de columnas $\mathbf{C_1}$, $\mathbf{C_2}$ y $\mathbf{C_3}$ (en ese orden). Sea **B** la matriz de columnas $\mathbf{C_1}+\mathbf{C_2}$, $2\mathbf{C_1}+3\mathbf{C_3}$ y $\mathbf{C_2}$ (en ese orden). Calcular el determinante de **B** en función del de **A (1 punto)**

C-2.- Halla la distancia entre el punto **A(2 , 1 , 4)** y la recta $r\equiv\frac{x-1}{2}=y+1=\frac{z}{3}$
(1 punto)

C-3.- Estudia la continuidad en **R** de la función $\begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & si \quad x\neq 0 \\ 0 \quad si & x=0 \end{cases}$ **(1 punto)**

C-4.- Calcular $\int\frac{dx}{x(x-1)}$ **(1 punto)**

PRUEBA B

PROBLEMAS

PR-1.- Se consideran las rectas **r** y **s** de ecuaciones respectivas $r \equiv \begin{cases} y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x = 0 \\ z = 2 \end{cases}$

a) Estudiar la posición relativa de **r** y **s** **(1 punto)**
b) Determinar la recta que corta perpendicularmente a **r** y **s** **(1,5 puntos)**
c) Hallar la distancia entre **r** y **s** **(0,5 puntos)**

PR-2.- Sea $f(x) = 2 - x + \ln(x) \quad con \quad x \in (0, \infty)$.

a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Los extremos relativos, los intervalos de concavidad y convexidad y las asíntotas de ***f*** **(2 puntos)**
b) Probar que existe un punto $c \in \left[\frac{1}{e^2}, 1\right]$ tal que ***f(c) = 0*** **(1 punto)**

CUESTIONES

C-1.- Sea **a** un número real. Discutir el sistema de ecuaciones siguiente, según los valores de **a**: $\begin{cases} ax + y = 0 \\ 2x + (a-1)y = 0 \end{cases}$ **(1 punto)**

C-2.- Hallar el seno del ángulo formado por la recta **r** y el plano π dados por $r \equiv \begin{cases} x = z \\ 2y + z = 3 \end{cases}$, $\pi \equiv x + y = z$ **(1 punto)**

C-3.- Calcular los valores del número real **a** sabiendo que $\lim_{x \to 0} \frac{e^{ax} - 1 - ax}{x^2} = 8$ **(1 punto)**

C-4 Calcular $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - (x-1)^2}}$.**(1 punto)**

	Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León	**MATEMÁTICAS II** **Nuevo currículo**	**Texto para los Alumnos** **Nº páginas 2**

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.
DATOS O TABLAS (SI HA LUGAR): Podrá utilizarse una calculadora "de una línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni de las prestaciones gráficas.
OPTATIVIDAD: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas, PR-1 y PR-2, y cuatro cuestiones, C-1, C-2, C-3 y C-4. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. **EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS PRUEBAS, A ó B, Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA EN EL ORDEN QUE DESEE**.

PRUEBA A

PROBLEMAS

PR-1.- Sea la función $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$

a) Hallar su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y convexidad, puntos de inflexión y asíntotas. Esbozar su gráfica **(2 puntos)**

b) Calcular el valor de $\int_0^1 f(x)\,dx$. **(1 punto)**

PR-2.- Se considera la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=z$ y el punto **P(1 , 8 , 2)**

a) Hállese el punto **A** de **r** tal que el vector $\overrightarrow{AP}$ es perpendicular a **r (1 punto)**

b) Determínese el plano π que es paralelo a**,** pasa por **B(5 , 1 , 0)** y por el simétrico de **P** respecto de **r (2 puntos)**

CUESTIONES

C-1.- Calcular el límite $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(2^{\operatorname{sen} x}\right)}{e^x-1}$ **(1 punto)**

C-2.- Hallar los puntos en donde la recta tangente a la gráfica de la función **f(x) = x^3** es paralela a la recta de ecuación **y = 3x +2 (1 punto)**

C-3.- Determinar el ángulo que forman la recta $r \equiv \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{3}=z$ y el plano $\pi \equiv x+y-z=4$ **(1 punto)**

C-4.- Resolver la ecuación $\begin{vmatrix} -x & -1 & 2x \\ 2x & -x & -1-x \\ -1 & 2x & 0 \end{vmatrix} = 0$ **(1 punto)**

PRUEBA B

PROBLEMAS

PR-1.-a) Discutir**,** según el valor del parámetro real **a**, el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - ay + z = a \\ 3x + 2z = 5 \end{cases}$$ **(2'5 puntos)**

b) Interpretar la discusión realizada en a) en términos de la posición relativa de los planos dados por cada una de las tres ecuaciones del sistema **(0'5 puntos)**

PR-2.- Sea la función $f(x) = sen\,(x) + cos\,(x)$ en el intervalo $[0\ , 2\pi]$

a) Hallas los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos puntos. Esbozar su gráfica **(2 puntos)**

b) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de **f** y las rectas de ecuaciones **x = 0,** $x = \dfrac{\pi}{4}$ e **y = 2**. **(1 punto)**

CUESTIONES

C-1.- Sea $\alpha \neq 0$ un número real, y las rectas de ecuaciones $r \equiv \dfrac{x}{2} = y = \dfrac{z}{\alpha}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 3 - 2\lambda \end{cases}$ Hallar el valor de α para el que **r** y **s** son paralelas**,** hallar el plano que las contiene **(1 punto)**

C-2.- Estudiar, en función del parámetro λ, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 & 1 \\ 1 & -\lambda & 1 \\ 1 & -1 & 2-\lambda \end{pmatrix}$.

(1 punto)

C-3.- Probar que la ecuación $x^{2009} - e^x + 2 = 0$ tiene alguna solución **(1 punto)**

C-4.- Calcular $\displaystyle\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$ **(1 punto)**

	Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León	MATEMÁTICAS II	Texto para los Alumnos Nº páginas 2

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios en el orden que desee.
2.- CALCULADORA.- Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admiten memoria para texto ni representaciones gráficas)
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben de figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los calculos.

OPCIÓN A

E1.- Dada la función $f(x)=\dfrac{(x+3)^2}{e^x}$, se pide determinar:
a) El dominio, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas **(1 punto)**
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos **(1 punto)**
c) La gráfica de **f (0'5 puntos)**

E2.- Calcular $\displaystyle\int_1^e \frac{1+ln\left(x^3\right)+(ln\ x)^2}{x\,(1+ln\ x)}$ **(2'5 puntos)**

E3 Hallar la ecuación general del plano que pasa por el punto **A(1 , 0 , - 1)**, es perpendicular al plano $\pi \equiv x-y+2z+1=0$ y es paralelo a la recta $r\equiv\begin{cases} z=0 \\ x-2y=0\end{cases}$ **(2'5 puntos)**
Los vectores directores de la recta **r,** del plano π y el formado por el punto **A** y el punto genérico **G**, son coplanarios y por lo tanto el determinante de la matriz que forman los tres es de valor nulo.

E4.- a) Sea **A** una matriz cuadrada tal que $\mathbf{A^2-3A=-2I}$ (siendo **I** la matriz identidad). Probar que **A** admite inversa y utilizar la igualdad dada para expresar $\mathbf{A^{-1}}$ en función de **A (1'5 puntos)**
b) Sea $B=\begin{pmatrix}1&2&m\\2&0&1\\m&1&2\end{pmatrix}$ la matriz de coeficientes de un sistema lineal. Hallar razonadamente los valores de **m** para los que el sistema es compatible determinado **(1 punto)**

MATEMÁTICAS II. Propuesta 6/2010.

OPCIÓN B

E1.- Calcular **b** y **c** sabiendo que la función $f(x)=\begin{cases} x^2+bx+c & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{ln\,(x+1)}{x} & si \quad x>0 \end{cases}$ es derivable en el punto **x = 0 (2'5 puntos)**

E2.- a) Sean $f(x)=\dfrac{x-|x|}{2}$ $\quad y \quad$ $g(x)=\begin{cases} 3x & si \quad x\le 0 \\ x^2 & si \quad x>0 \end{cases}$, hallar **g[f(x)] (1 punto)**

b) Calcular $\int (x+3)\,e^{x+2}\,dx$ **(1´5 puntos)**

E3.- a) Determinar las coordenadas del punto simétrico de **A(- 2 , 1 , 6)** respecto de la recta $r\equiv \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{2}$ **(2 puntos)**

b) Hallar la distancia de **A** a **r**. **(0'5 puntos)**

E4.- Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad y \quad$ $B=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcular $\mathbf{A^{-1}}$ **(1 punto)**

b) Resolver la ecuación **AX + 2AB = B (1´5 puntos)**

	Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León	**MATEMÁTICAS II**	**General** **Nº páginas 2**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios en el orden que desee.
2.- CALCULADORA.- Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admiten memoria para texto ni representaciones gráficas)
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben de figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.-Se divide un alambre de 100 m. de longitud en dos segmentos de longitud **x** y **100 – x**. Con el de longitud **x** se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Sea **f(x)** la suma de las áreas. ¿Para que valores de **x** dicha suma es mínima? **(2'5 puntos)**

E2.-Determinar la función **f** tal que $f'(x)=\dfrac{x^4+x+1}{x^2+x}$ y con **f(1) = 2** **(2'5 puntos)**

E3.- a) Determinar las ecuaciones de los planos paralelos al plano $\pi \equiv 12x+3y-4z=7$ que distan seis unidades del mismo. **(1'5 puntos)**
b) Probar que el punto **P(1 , 1 , 2)** pertenece a π, y calcular la recta perpendicular a π que pasa por **P (1 punto)**

E4.- Discutir, y resolver en los casos que sea posible, el sistema $r \equiv \begin{cases} ax+y-z=1 \\ x+2y+z=2 \\ x+3y-z=0 \end{cases}$

(2'5 puntos)

MATEMÁTICAS II. Propuesta 5/2010.

OPCIÓN B

E1.- Sea la función $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$

a) Determinar el dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos **(2 puntos)**

b) Esbozar su gráfica **(0'5 puntos)**

E2.- Determinar el área limitada por la parábola de ecuación **y^2 = x** y la recta de ecuación **y = x – 2 (2'5 puntos)**

E3.- Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto **P(2 , - 1 , 1)** y corta perpendicularmente a la recta $r \equiv \frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{2}=z$ **(2'5 puntos)**

E4.-a) Si se sabe que el determinante $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ vale **5**, calcular razonadamente

$\begin{vmatrix} a_1 & 2a_2 & 3a_3 \\ b_1 & 2b_2 & 3b_3 \\ c_1 & 2c_2 & 3c_3 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2+a_3 & b_2+b_3 & c_2+c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ **(1'5 puntos)**

b) Si **A** es una matriz cuadrada de tamaño 2 x 2 para la cual se cumple que **A^{-1} = A^t** (**A^t =** traspuesta de la matriz **A**), ¿puede ser el determinante de **A** igual a **3**? **(1 punto)**

	Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León	MATEMÁTICAS II	General Nº páginas 2

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios en el orden que desee.
2.- CALCULADORA.- Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admiten memoria para texto ni representaciones gráficas)
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben de figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto **(1 , 2)** y determina en el primer cuadrante con los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Calcular dicha área **(2'5 puntos)**.

E2.- a) Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función $f(x)=|x-1|$ en el intervalo $[-2\ ,2]$.Calcular la función derivada de **f(x)** en ese intervalo **(1'25 puntos)**

b) Calcular el área del recinto delimitado, en el primer cuadrante, por la gráfica de la función **y = ln x** y las rectas **y = 0** , **y = 1** y **x = 0 (1'25 puntos)**

E3.- a) Averiguar para que valores de **m** la matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -m \\ 0 & m & -2 \end{pmatrix}$ no tiene inversa **(0'5 puntos)**
b) Calcular la matriz inversa de **A** cuando **m = 0 (1 punto)**
c) Sabemos que el determinante de una matriz cuadrada **A** vale **-1** y que el determinante de la matriz **2. A** vale **-16 .** ¿Cuál es el orden de la matriz? **(1 punto)**

E4.- Sean la recta $r\equiv\begin{cases} x+y=1 \\ my+z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi\equiv x+(m+1)y+mz=m+1$. Estudiar la posición relativa de la recta y el plano según los valores de **m (2'5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- Dada la función $y = \dfrac{ln\ x}{x}$, determinar su dominio de definición, sus asíntotas, extremos relativos y puntos de inflexión **(2'5 puntos)**

E2.- Halla el valor de **m** para que el área limitada, en el primer cuadrante, por la función $y = 4x^3$ y la recta **y = mx** sea de 9 unidades cuadradas **(2'5 puntos)**

E3.- Discutir según los valores de **m** y resolver cuando sea posible, el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} mx + y = 2 \\ x + my = m \\ x + y = 2 \end{cases}$$ **(2'5 puntos)**

E4.- a) Calcular un vector unitario y ortogonal a los vectores $\vec{v} = (1\ ,2\ ,0)$ y $\vec{w} = (-1\ ,0\ ,1)$ **(1 punto)**

b) Calcular el plano que contiene a las rectas $r \equiv \begin{cases} y + 1 = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$ y $s \equiv \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+3}{0} = z - 2$

(1'5 puntos)

	Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO Nº páginas 2

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Sea la función $f(x) = (2x^2 + 3)e^x$.

a) Estudiar asíntotas, crecimiento, decrecimiento, extremos relativos, concavidad, convexidad y puntos de inflexión. **(2 puntos)**

b) Esbozar su gráfica. **(0,5 puntos)**

E2.- a) Calcular $\int \frac{\operatorname{sen}(2x)}{3+\operatorname{sen}^2(x)}dx$. **(1,25 puntos)**

b) Calcular $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)+\ln(1-x)}{x\operatorname{sen}(x)}$. **(1,25 puntos)**

E3.- Se considera el sistema $\begin{cases} x + ay - z = 2 \\ 2x + y + az = 0 \\ x + y - z = a + 1 \end{cases}$, donde a es un parámetro real. Se pide:

a) Discutir el sistema en función del valor de a. **(1,75 puntos)**

b) Hallar la solución del sistema para $a = 1$, si procede. **(0,75 puntos)**

E4.- Dados el punto $A(2,1,1)$ y las rectas $r \equiv x = \frac{y+2}{2} = z - 1$, y $s \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 2 \end{cases}$, se pide:

a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por A y corta a r y s. **(1,75 puntos)**

b) Hallar la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por A. **(0,75 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- a) Determinar en qué puntos de la gráfica de la función $y = x^3 - 6x^2 + 4x + 8$ la recta tangente a la misma es paralela a la recta $y = 4x + 7$. **(1 punto)**

b) Hallar el área de la región comprendida entre las rectas $x = 1$, $x = 4$ y que está limitada por dichas rectas, la gráfica de la función $f(x) = |x^2 - 4|$ y el eje *OX*. **(1,5 puntos)**

E2.- a) Determinar los extremos absolutos de la función $f(x) = x^2 - 4x + 4$ en el intervalo $[1, 4]$. **(1,25 puntos)**

b) Aplicando la definición, estudiar la continuidad y derivabilidad de la función *f* dada por $f(x) = \begin{cases} x - x^2 & \text{si} \quad 0 \le x \le 1, \\ \dfrac{\ln^2(x)}{x-1} & \text{si} \quad 1 < x \le 2, \end{cases}$ en el punto $x = 1$, donde ln denota el logaritmo neperiano.

(1,25 puntos)

E3.- a) Determinar, en función del valor del parámetro real *a*, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & a & a \end{pmatrix}$. **(1,5 puntos)**

b) Sea *C* una matriz 2x2 de columnas C_1 y C_2 y de determinante 5, y sea B una matriz 2x2 de determinante 2. Si *D* es la matriz de columnas $4C_2$ y $C_1 - C_2$, calcular el determinante de la matriz BD^{-1}. **(1 punto)**

E4.- Sea *s* la recta de ecuaciones paramétricas $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$.

a) Hallar la ecuación de la recta *r* que pasa por el punto $P(1,0,5)$ y corta perpendicularmente a la recta *s*. **(1,5 puntos)**

b) Hallar la ecuación del plano que contiene a *r* y a *s*. **(1 punto)**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- a) Discutir el sistema de ecuaciones lineales según los valores del parámetro m:

$$\begin{cases} 3x - y + mz = 0 \\ x + y = m \\ mx - 3y + mz = -2m \end{cases}$$ **(2 puntos)**

b) Resolverlo para $m = 0$. **(0,5 puntos)**

E2.- Sean el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$, la recta $r \equiv x = y = z$ y el punto $A(3,2,1)$.
a) Hallar la recta que pasa por *A*, es paralela a π y corta a *r*. **(1 punto)**
b) Hallar los puntos de *r* que equidistan de *A* y de π. **(1,5 puntos)**

E3.- Sea $f(x) = (x+1)e^{-x}$. Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y convexidad, puntos de inflexión y asíntotas. Esbozar su gráfica. **(2,5 puntos)**

E4.- a) Hallar $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{x \ln(x+1)}{x^2 + 1}$. **(1,25 puntos)**

b) Calcular $\int \dfrac{\sqrt{x+1} + 1}{x+1} dx$. **(1,25 puntos)**

OPCIÓN B

E.1.- Sea la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Calcular M^{-1}. **(1,5 puntos)**

b) Calcular la matriz X que cumple $X \cdot M + M = 2M^2$. **(1 punto)**

E.2.- Sean las rectas $r \equiv x = -y = z - 1$ y $s \equiv x - 2 = y = z - m$.

a) Determinar *m* para que las rectas sean coplanarias. **(1,5 puntos)**

b) Para $m = 2$, calcular la distancia entre las rectas. **(1 punto)**

E.3.- a) Enunciar el teorema del valor medio de Lagrange. Dar su interpretación geométrica. **(1 punto)**

b) Estudiar la continuidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x} & \text{si } x < 0, \\ k & \text{si } x = 0, \\ \dfrac{1 - \cos(x)}{\operatorname{sen}(x)} & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

en el intervalo $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2} \right)$, según los valores de *k*. **(1,5 puntos)**

E4.- a) Determinar las asíntotas horizontales y verticales de la función $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x - 2}$. **(1 punto)**

b) Calcular $\displaystyle\int \frac{1}{x^2 - x - 2}\, dx$. **(1,5 puntos)**

	Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS II**	**EJERCICIO** **Nº Páginas: 2**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- a) Resolver la siguiente ecuación matricial $X \cdot A = B - C$, siendo $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. **(1,5 puntos)**

b) Sean F_1, F_2 y F_3 las filas de una matriz cuadrada de orden 3 cuyo determinante vale 5. Calcular razonadamente el valor del determinante de la matriz cuyas filas son respectivamente $3F_1 - F_3, F_2,$ y $2F_3$. **(1 punto)**

E2.- Sea el punto $A(1,1,3)$ y la recta de ecuación $r \equiv \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ z = 2 \end{cases}$.

a) Calcular el plano perpendicular a la recta r que pase por A. **(1 punto)**
b) Calcular la distancia del punto A a la recta r. **(1,5 puntos)**

E3.- Sea la función $f(x) = x^2 e^{-x}$. Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y convexidad, puntos de inflexión y asíntotas. Esbozar su gráfica. **(2,5 puntos)**

E4.- a) Hallar el punto en el que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^2 - x + 4$ es paralela a la recta de ecuación $y = 5x - 7$. **(1 punto)**

b) Calcular el área delimitada por la parábola de ecuación $y = 2x^2$ y la recta $y = 2x + 4$. **(1,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- Sea el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} mx - y = 1 \\ -x + my = 1 - 2m \end{cases}$.

a) Discutir el sistema según los valores de m. **(1,5 puntos)**

b) Hallar los valores de m para los que el sistema tenga alguna solución en la que $x = 2$.

(1 punto)

E2.- a) Dados el punto $A(3,5,1)$, la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = y + 2 = z + 1$ y el plano $\pi \equiv 3x - 2y + z + 5 = 0$, determinar el punto B de π tal que la recta AB sea paralela a la recta r. **(1,5 puntos)**

b) Hallar las coordenadas de un vector de módulo 1 que sea perpendicular a los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{PR}$, siendo $P(1,3,-1)$, $Q(2,0,1)$ y $R(-1,1,0)$. **(1 punto)**

E3.- Se desea construir un depósito de chapa (en forma de prisma recto, abierto y de base cuadrada) con una capacidad de 32.000 litros. ¿Cuáles han de ser las dimensiones del depósito para que se precise la menor cantidad de chapa posible en su construcción?

(2,5 puntos)

E4.- a) Enunciar e interpretar geométricamente el Teorema de Rolle. **(1 punto)**

b) Hallar la primitiva de $f(x) = x^2 \ln x$ cuya gráfica pasa por el punto $(1,2)$. **(1,5 puntos)**

	Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO Nº Páginas: 2

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Consideremos el sistema $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ (a+3)y=0 \\ (a+2)z=1 \end{cases}$.

a) Discutir el sistema según los valores del parámetro a. **(1,25 puntos)**
b) Resolverlo cuando sea posible. **(1,25 puntos)**

E2.- Sean las rectas $r \equiv x=y=z$ y $s \equiv \begin{cases} x-y=1 \\ x-3z=1 \end{cases}$.

a) Comprobar que las rectas r y s se cruzan. **(0,5 puntos)**

b) Calcular la recta que corta perpendicularmente a las rectas r y s. **(2 puntos)**

E3.- Consideremos la función $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$. Calcular dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión. **(2,5 puntos)**

E4.- a) Enunciar e interpretar geométricamente el Teorema de Rolle. **(1 punto)**

b) Hallar la primitiva de la función $f(x)=x^2\ln x$ cuya gráfica pasa por el punto $(1,0)$.
(1,5 puntos)

OPCIÓN B

E1.- Consideremos la matriz $M = \begin{pmatrix} a(a-4) & a-4 \\ a-4 & a(a-4) \end{pmatrix}$.

a) Calcular el rango de M en función del parámetro a. **(1,5 puntos)**

b) Para $a=1$, resolver la ecuación $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -6\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. **(1 punto)**

E2.- a) Determinar la ecuación del plano que es perpendicular al segmento de extremos $A=(0,-1,3)$ y $B=(2,-1,1)$ y que pasa por el punto medio de dicho segmento. **(1,25 puntos)**

b) Hallar el área del triángulo cuyos vértices son los cortes del plano $2x+y+2z-2=0$ con los ejes coordenados. **(1,25 puntos)**

E3.- Consideremos la función definida a trozos $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx+c, & \text{si } x \le 2 \\ \ln(x-1), & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

Hallar los valores de a, b y c para que $f(x)$ sea continua en toda la recta real y tenga un extremo relativo en el punto $(1,-1)$. **(2,5 puntos)**

E4.- a) Calcular $\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$. **(1 punto)**

b) Calcular el área de la región comprendida entre las gráficas de las funciones $\cos x$ y $\operatorname{sen} x$ y las rectas $x=0$ y $x=\frac{\pi}{2}$. **(1,5 puntos)**

	Evaluación de Bachillerato para Acceder a Estudios Universitarios Castilla y León	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**	**EXAMEN** **Nº Páginas: 2 y tabla**

OPTATIVIDAD: EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS DOS OPCIONES Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN
Cada pregunta de la 1 a la 3 se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. La pregunta 4 se puntuará sobre un máximo de 1 punto. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables.

Opción A

1A- Una conocida cadena de ropa ha rebajado sus precios. Un pantalón, una camisa y un abrigo valían en temporada 360 euros en total. En las primeras rebajas, el pantalón se rebajó un 10% y la camisa un 20%, con lo que un cliente podía llevarse ambas prendas por 137 euros. En las segundas rebajas, y sobre el precio de temporada, el pantalón se rebajó un 20% y el abrigo un 30%, por lo que juntos costaban 212 euros. Calcula el precio de cada prenda en temporada.

2A- Se considera la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{4-x^2} & 0<x<2 \\ 2x & 2\le x<4 \end{cases}$.

a) Estudia razonadamente su continuidad.
b) Calcula el área limitada por la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo [2,3].

3A- En una asignatura de primer curso de un grado universitario, asisten a clase regularmente 210 alumnos de los 300 alumnos matriculados. Al finalizar el período docente, superan la asignatura el 80% de los alumnos que asisten regularmente a clase y el 50% de los alumnos que no asisten regularmente a clase. Se elige un alumno matriculado al azar.
a) Calcula la probabilidad de que haya superado la asignatura y no haya asistido regularmente a clase. **(Hasta 1 punto)**
b) Sabiendo que ha superado la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que haya asistido regularmente a clase? **(Hasta 2 puntos)**

4A- En un grupo de 8 amigos se encuentran los 3 agraciados con un viaje para visitar Lisboa sorteado por la embajada portuguesa. Si hay 4 amigos que ya han visitado Lisboa, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de los agraciados haya visitado Lisboa?

Opción B

1B- Una empresa dispone de dos talleres para la reparación de motos y coches. El primero de los talleres dispone de 300 horas de trabajo como máximo y necesita 6 horas para reparar cada moto y 5 horas para cada coche. El segundo de los talleres dispone de 200 horas de trabajo como máximo y necesita 2 horas para reparar cada moto y 5 horas para cada coche. El beneficio neto que obtiene la empresa por cada moto reparada es de 1000 € mientras que el beneficio neto que obtiene por cada coche reparado es de 1500 €. Calcula, utilizando técnicas de programación lineal, cuántos coches y motos ha de reparar para obtener el máximo beneficio neto. ¿Cuál es ese beneficio neto máximo?

2B- Halla razonadamente dos números reales positivos sabiendo que su suma es 10 y que el producto de sus cuadrados es máximo.

3B- Una granja cultiva perlas cuyos diámetros siguen una distribución normal con media μ mm y desviación típica $\sigma = 0.8$ mm. Se quiere comprobar el cumplimiento de las especificaciones exigidas por una joyería en la elaboración de sus collares. Para ello se elige una muestra representativa de 256 perlas, resultando un diámetro medio muestral de 9.92 mm.

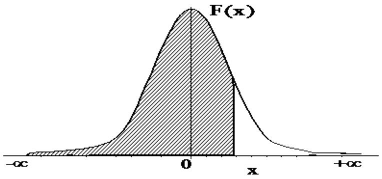
a) Calcula el intervalo de confianza para el diámetro medio poblacional de las perlas con un nivel de confianza del 90 %.

b) Calcula el tamaño necesario de la muestra de perlas que permita alcanzar, con un nivel de confianza del 98%, un error máximo de 0.2 mm en la estimación del diámetro medio poblacional de una perla.

4B- El 48% de los trabajadores de una empresa son hombres. Si en esa empresa, el 82% de los hombres y el 75% de las mujeres están satisfechos con su trabajo, ¿qué porcentaje de trabajadores está satisfecho con su trabajo en esa empresa?

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

	Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León	**MATEMÁTICAS II**	**EJERCICIO** **Nº Páginas: 2**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cinco ejercicios de la misma en el orden que desee.

2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada uno de los ejercicios se puntuará sobre un máximo de 2 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Tres números x, y, z cumplen lo siguiente:

- El primero de ellos, x, es la suma de los otros dos.
- El segundo, y, es la mitad del primero más el triple del tercero.

a) Demostrar que hay infinitos números que cumplen estas condiciones, encontrando una expresión general de la solución. **(1,5 puntos)**

b) Encontrar tres números concretos que cumplan estas condiciones. **(0,5 puntos)**

E2.- Dados el plano $\pi \equiv 2x+y+z-3=0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y+z=2 \end{cases}$

a) Calcular el punto de intersección del plano π y de la recta r. **(1 punto)**

b) Encontrar la ecuación de la recta s contenida en el plano π y que corta perpendicularmente a r. **(1 punto)**

E3.- Sea la función $f(x) = \frac{1}{x} + ax + b$

a) Encontrar a y b para que la función tenga un mínimo relativo en el punto $\left(\frac{1}{2}, 6\right)$. **(1 punto)**

b) Suponiendo que $a = 4$ y $b = 2$, estudia su continuidad y, en el caso de tenerlas, sus asíntotas. **(1 punto)**

E4.- Sea la función $f(x) = \text{sen}\, x$

a) Encontrar las rectas tangentes a la gráfica de la función $f(x)$ en los puntos $x = 0$ y $x = \pi$. Encontrar el punto en que se cortan ambas rectas tangentes. **(1 punto)**

b) Hallar el área comprendida entre la gráfica de $f(x)$ y las rectas de ecuaciones: $y = x$ e $y = -x + \pi$. **(1 punto)**

E5.- Se lanzan tres monedas al aire:

a) Halla el espacio muestral. **(1 punto)**

b) Halla la probabilidad de:

i) Obtener más caras que cruces. **ii)** Obtener las mismas caras que cruces. **(1 punto)**

OPCIÓN B

E1.- Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & k \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Discutir, según los valores de k , cuándo A tiene inversa y calcularla para $k = 2$. **(1 punto)**

b) Para $k = 2$, resolver la siguiente ecuación matricial: $AX + B = AB$. **(1 punto)**

E2.- Dados el plano $\pi \equiv ax + y - z + b = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

a) Encontrar a y b para que la recta este contenida en el plano. **(1 punto)**

b) ¿Existen valores a y b para que la recta sea perpendicular al plano? Razonar la posible respuesta negativa o encontrarlos en su caso. **(1 punto)**

E3.- De todos los rectángulos cuyo perímetro es 40 cm, encontrar el que tiene la diagonal de menor longitud. **(2 puntos)**

E4.- **a)** Calcular $\lim_{x \to +\infty} \frac{3e^x - senx}{e^x + x}$. **(1 punto)**

b) Encontrar el área del recinto limitado por las funciones $f(x) = |x| - 1$ y $g(x) = 1 - x^2$. **(1 punto)**

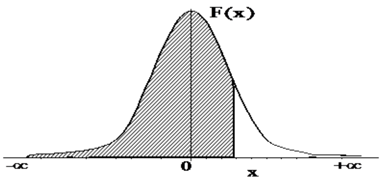
E5.- El diámetro del interior de un anillo se distribuye normalmente con una media de 10 cm y una desviación típica de 0,03.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un anillo tenga un diámetro mayor de 10,075 ? **(1 punto)**

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un anillo tenga un diámetro entre 9,97 y 10,03 ? **(1 punto)**

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999